

Las partículas más poderosas del Universo



Angélica Bahena Blas y Wolfgang Bietenholz



El año pasado se celebró el centenario del descubrimiento de los rayos cósmicos, que zumban por todo el universo, con energías muy variadas: algunos de ellos son las partículas más energéticas que existen.

Sin embargo, la teoría predice que no deberían existir rayos cósmicos cuya energía exceda un cierto valor gigantesco (es decir, que su energía debe presentar un “corte”). Esto es difícil de verificar, ya que las mediciones son todavía controvertidas.

Observar este corte nos daría la oportunidad única de explorar conceptos establecidos de la física en condiciones extremas. Si las mediciones *contradijeran* la existencia del corte, nos encontraríamos frente a un fenómeno físico que no podría ser descrito por las teorías establecidas.

● Descubrimiento de los rayos cósmicos

A lo largo de nuestras vidas nos hallamos rodeados –y penetrados– por varios tipos de radiación. La humanidad ha sido consciente de ello desde principios del siglo XX, cuando fueron desarrollados los primeros instrumentos para detectar “radiación ionizante” (flujo de partículas con energía suficiente para separar electrones de las moléculas que atraviesa, lo que provoca que pasen de ser neutras a tener carga eléctrica; ionizarse). Se identificaron fuentes dentro de la Tierra, como el metal de radio. Pero, ¿se origina dentro de nuestro planeta toda la radiación que nos rodea?

De ser así, la intensidad de esta radiación debería decrecer rápidamente conforme nos alejamos del nivel del suelo. Para comprobarlo, el jesuita alemán Theodor Wulf realizó pruebas en la cima de la torre Eiffel, pero su medición *no* confirmó el decrecimiento esperado. Una crítica que le hicieron fue que la presencia de toneladas de metal podría haber afectado sus resultados.

Posteriormente se efectuaron experimentos más rigurosos en globos aerostáticos. En 1912 el físico austriaco Viktor Hess, durante siete viajes en globo, observó que la radiación ionizante decrecía sólo ligeramente hasta unos 2,000 metros



sobre el nivel del suelo, y a medida que la altura aumentaba más (hasta los 5,350 metros), incluso se *incrementaba* gradualmente. Hess interpretó su observación correctamente: una parte significativa de la radiación debía provenir de fuera de la Tierra. Comparó datos tomados de día, de noche y durante un eclipse, y concluyó que el Sol no era una fuente relevante de estos “rayos cósmicos”.

En 1938 aconteció otro evento clave. El científico francés Pierre Auger observó que varios detectores Geiger que se encontraban bastante separados (por decenas o cientos de metros), a menudo presentaban señales coincidentes. Auger explicó este fenómeno de la siguiente manera: una partícula de rayos cósmicos muy energética, proveniente del espacio exterior, ingresa en la atmósfera terrestre y choca con moléculas ahí presentes. Esta colisión violenta detona una cascada de “partículas secundarias”, denominada *chubasco atmosférico* (la partícula que proviene directamente de la radiación cósmica se denomina “partícula primaria”). Así, Auger habría detectado partículas secundarias pertenecientes al mismo chubasco atmosférico, las cuales llegan a nivel del suelo prácticamente al mismo tiempo.

La formación de un chubasco atmosférico se ilustra en la Figura 1. Podría compararse con un juego de billar donde, al comienzo, la bola blanca “primaria” golpea va-

rias bolas de colores, transfiriendo su impulso y distribuyéndolo entre las otras. Sólo que en el caso del chubasco atmosférico se crean nuevas “bolas” en el momento del choque inicial y en su desarrollo subsecuente. Entre más potente es el tiro, más “bolas” serían creadas.

Analizando sus datos, tomados a diferentes alturas (al nivel del mar y en los Alpes suizos), Auger estimó que la energía de algunas partículas primarias debería ser por lo menos del orden de 10^{15} electronvolts (mil millones de millones de electronvolts; un electronvolt –eV– es una unidad de energía muy pequeña, comúnmente usada en física cuántica; se define como la energía necesaria para desplazar un objeto que tenga la carga eléctrica de un electrón en contra de la tensión de 1 volt).

Para interpretar tal magnitud de energía, hacemos una comparación con valores típicos en la vida diaria. Consideremos la energía cinética, la cual es una medida del trabajo necesario para acelerar un objeto de un estado de reposo a una velocidad dada. Un valor de 10^{15} electronvolts es equivalente a la energía cinética que lleva una pelota de tenis de mesa, con masa de 2.7 gramos, a una velocidad de 34.4 centímetros por segundo. Suponiendo que la partícula cósmica sea un protón (el núcleo de un átomo de hidrógeno), toda esta energía se concentra en una masa casi un cuatrillón de veces menor.

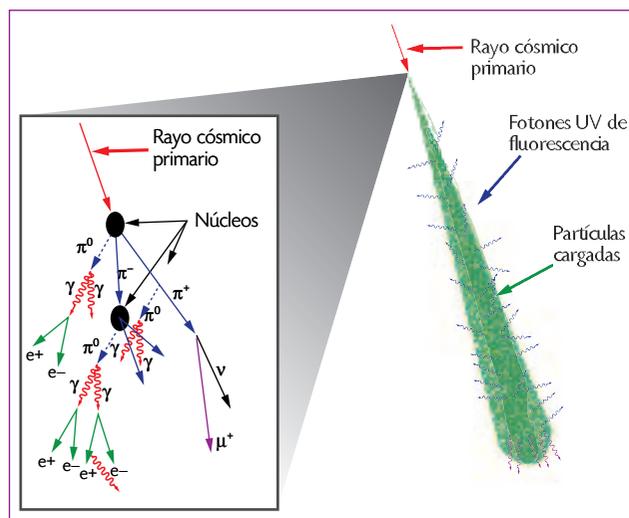


Figura 1. Esquema de la formación de un chubasco atmosférico. Se observa la llamada luz de fluorescencia (ultravioleta o azulada) y la producción de piones (π), que decaen rápidamente en partículas más ligeras conocidas como leptones (e , μ , ν), y en fotones (γ , que son partículas de luz).

Energía de los rayos cósmicos

Hoy en día podemos captar rayos cósmicos que tienen un intervalo de energía de entre 10^9 y 10^{20} electronvolts, pero todavía sabemos muy poco sobre su origen. La energía más alta registrada, alrededor de 10^{20} electronvolts, es 100,000 veces más grande que la estimada por Auger. Corresponde a una pelota de tenis que se mueve con una velocidad de 85 kilómetros por hora, o una pelota de ping-pong a 392 kilómetros por hora (los remates más potentes en un juego de ping-pong profesional pueden llegar a unos 100 kilómetros por hora).

Se piensa que las partículas primarias de altas energías consisten en un 90% de protones y un 9% de núcleos de helio. Zumbando veloces por todo el universo, en todas direcciones y en todo momento, hacen

que nos preguntemos: ¿cuántas hay?, ¿cuántas partículas cósmicas cruzan un área dada en un tiempo determinado? Esto es lo que llamamos el *flujo cósmico*.

En todo el intervalo de energía, el flujo sigue muy de cerca una curva proporcional a $1/E^3$ (donde E es la energía; véase Figura 2). La validez de una regla tan simple en un intervalo tan enorme es algo poco común. La relación entre la energía más baja y la más alta corresponde a la relación entre el tamaño de un cuerpo humano y nuestra distancia al Sol. El por qué de esta regla aún no ha sido comprendido.

Alrededor de los 10^{12} electronvolts, el flujo es de 10 partículas primarias por metro cuadrado por minuto (conveniente para realizar mediciones), pero a medida que nos acercamos al extremo superior del espectro conocido, por ejemplo entre 10^{18} y 10^{19} electronvolts, nos quedamos con sólo una partícula primaria por kilómetro cuadrado por año, lo cual es muy difícil de medir. ¿Qué sucede a energías todavía mayores?, ¿continúa el flujo siguiendo la misma regla de potencia?

Del fondo cósmico de microondas a la predicción del corte GZK

En 1965 A. Penzias y R. Wilson descubrieron (accidentalmente) la radiación de fondo cósmico de microondas (CMB, por sus siglas en inglés). Se trata de una reliquia del universo temprano: son fotones (partículas de luz) que se desacoplaron unos 380,000 años después del *big bang*, cuando el universo sólo tenía 0.0028 por ciento de su edad actual. Estos fotones radiados se fueron enfriando desde entonces, de modo que ahora la radiación de fondo de microondas —y por consiguiente el universo— tiene una temperatura de 2.73 kelvins (la temperatura absoluta mínima es 0 kelvins, equivalente a -273.15 grados Celsius; la temperatura de la radiación de fondo de microondas corresponde a -270.42 grados Celsius). Esto significa que un centímetro cúbico del espacio contiene un promedio de 411 fotones de la radiación de fondo de microondas, con una energía microscópica promedio de 0.0006 electronvolts.

Un año después aparecieron dos artículos de suma importancia histórica en el quehacer teórico. Independientemente, K. Greisen, en la Universidad de Cornell

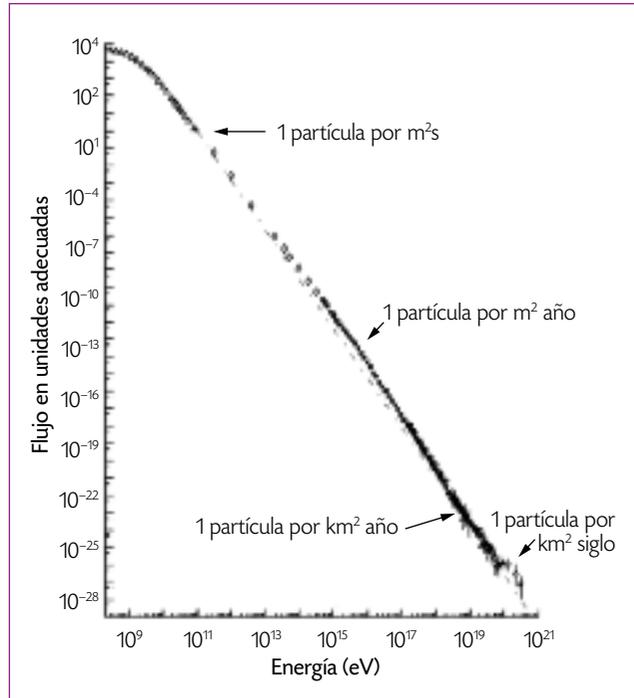


Figura 2. Intensidad del flujo de rayos cósmicos, dependiente de su energía. En un enorme intervalo de energía, es casi proporcional a $1/E^3$ (línea punteada). Cerca de $E = 6 \times 10^{19}$ electronvolts, se espera una reducción abrupta del flujo; esto es el “corte GZK”.

(en el estado de Nueva York) y G. T. Zatsepin, junto con V. A. Kuz'min, en el Instituto Lebedev (Moscú) predijeron que, en un valor altísimo de energía, el flujo de rayos cósmicos sufriría una disminución drástica (Greisen, 1966; Zatsepin y Kuz'min, 1966), fenómeno denominado “*corte GZK*” (a pesar de no ser un corte estricto). Inferieron que el flujo arriba del valor $E_{\text{GZK}} = 6 \times 10^{19}$ electronvolts debía ser casi cero. Ambos artículos tienen ahora un estatus renombrado, a pesar de ser cortos y casi sin fórmulas, pues contienen una idea brillante.

El punto crucial de estos trabajos fue que el choque de un protón con un fotón puede crear una resonancia (como una cuerda de violín que vibra por encima de su frecuencia más baja), la cual se denota hoy como Δ . Es de vida corta, y en su decaimiento reproduce al protón, junto con una partícula más ligera llamada pión (“fotoproducción de piones”), como se ilustra en la Figura 3, a la izquierda. El pión se lleva consigo parte de la energía, típicamente un 20%. E_{GZK} es justo la energía umbral que debe tener un protón cósmico para

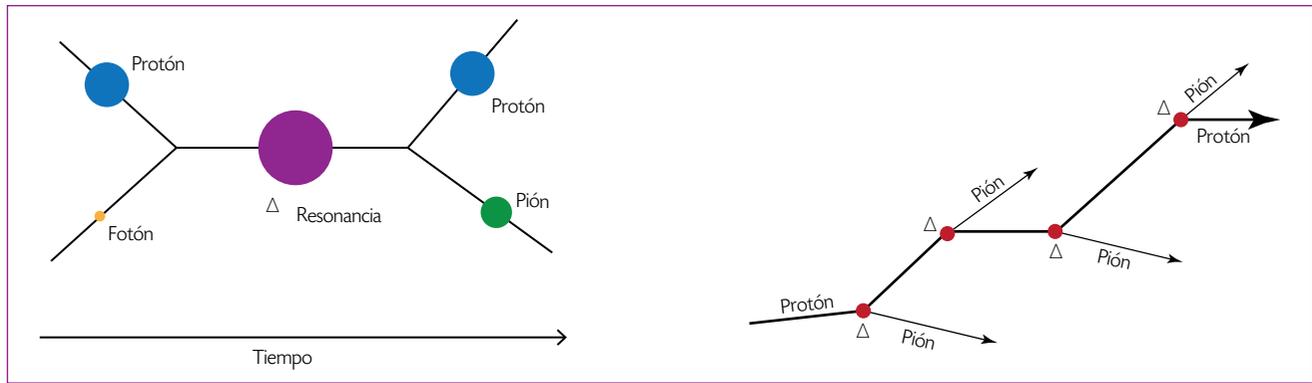


Figura 3. *Izquierda:* esquema de la fotoproducción de piones debida a la colisión de un protón de radiación cósmica de ultra alta energía con un fotón de la radiación de fondo de microondas. *Derecha:* trayectoria de un protón super-GZK (un protón con energía arriba de E_{GZK}) a través de la radiación de fondo de microondas, que sufre atenuación de su energía debido a la repetida fotoproducción de piones.

crear tales resonancias Δ en el momento de un choque de frente con un fotón de la radiación de fondo de microondas, relativamente energético. Un protón que viaje con una energía aún mayor a través del universo será sometido a dicho proceso una y otra vez, sufriendo pérdida de energía en cada choque, hasta que ésta caiga por debajo de E_{GZK} . Esta *atenuación* paso a paso se esboza en la Figura 3, a la derecha.

Como analogía imaginemos un coche que va muy rápido, por encima del límite de velocidad. Se topará con múltiples obstáculos, y la frecuencia de los choques dependerá de la densidad de los obstáculos. Si no sufre un accidente grave, perderá parte de su velocidad en cada choque. Esto va repitiéndose hasta que el automóvil reduce su velocidad por debajo del límite, lo que impide que sufra más choques. Así, si tenemos muchos coches en una carretera, al final de un largo recorrido todos llegarán a una velocidad permitida.

Considerando la densidad de fotones de la radiación de fondo de microondas mencionada anteriormente, la distancia promedio que puede recorrer un protón con una energía justo por encima de E_{GZK} sin chocar con un fotón de la radiación de fondo de microondas (el *camino libre promedio*) es de alrededor de 15 megaparsecs (un *parsec* es una unidad de distancia utilizada en astronomía, que corresponde a 3.1×10^{13} kilómetros, o 3.3 años luz; un megaparsec es un millón de parsecs). Para protones que viajan con energías aún mayores, la atenuación de energía es más rápida, dado

que la fotoproducción de piones es más frecuente. Además, el protón pierde más energía cada vez; en este caso es posible la creación de varios piones.

La teoría predice entonces que los protones pueden viajar una distancia máxima de $L_{\text{max}} = 100$ megaparsecs, con una energía mayor a E_{GZK} . Si la partícula primaria consiste en núcleos pesados, la distancia máxima es menor todavía, pues estos núcleos tienden a romperse, de manera que sus fragmentos pierden incluso más energía.

L_{max} es una distancia larga comparada con el radio de nuestro plano galáctico, que es de 0.015 megaparsecs, pero es corta comparada con el radio del universo visible, que es de alrededor de 14,000 megaparsecs. Entonces, si las fuentes de rayos cósmicos están distribuidas homogéneamente en el universo, el flujo observado en la Tierra debería tener una atenuación muy marcada al superar el valor de E_{GZK} . Ésta es una predicción interesante, y su verificación es un duro desafío para nuestros mejores observatorios.

Observaciones de rayos cósmicos ultraenergéticos en el siglo xx

En 1963, antes de la predicción del corte GZK, J. Linsley reportó un evento super-GZK, con una energía estimada en 10^{20} electronvolts, basado en un chubasco atmosférico detectado en el desierto de Nuevo México (Estados Unidos). Posteriormente este evento

atrajo la atención mundial por sus consecuencias respecto a la existencia del corte GZK. Greisen expresó su sorpresa y agregó que no esperaba ningún evento con más energía.

Sin embargo en 1971 otro evento super-GZK se registró en Tokio, esta vez con energía aún mayor, e inspiró la construcción de un gran observatorio cerca de la ciudad japonesa de Akeno, llamado AGASA (del inglés *Akeno Giant Air Shower Array*). Hasta el final del siglo pasado, los datos obtenidos por AGASA tuvieron un papel preponderante. Este observatorio registró cerca de docenas de nuevos eventos super-GZK compatibles con la regla $1/E^3$ incluso más allá de E_{GZK} , en contraste con la predicción de un corte (Takeda, 1998). Estos hallazgos recibieron apoyo en instalaciones más pequeñas como las de Yakutsk (Rusia) y Haverah Park (Inglaterra).

El que se considera el récord mundial de energía para una partícula primaria es un evento registrado en 1991, con 3×10^{20} electronvolts. Fue detectado por el “Fly’s Eye” u “Ojo de Mosca” (observatorio construido en forma parecida al ojo compuesto de un insecto), ubicado en Utah, Estados Unidos.

La energía de esta partícula corresponde a una pelota de tenis con una considerable velocidad de 147 kilómetros por hora. Esta pelota alcanzaría tal velocidad, por ejemplo, si cayese de una torre de 85 metros en caída libre en el vacío (con la resistencia del aire nunca llegaría a esa velocidad). Ésta todavía no es la velocidad máxima que ocurre en un juego de tenis profesional; el segundo servicio de Novak Djokovic –actualmente la máxima estrella del tenis– es de alrededor de 160 kilómetros por hora, y su primer servicio a veces excede los 200 kilómetros por hora. De acuerdo con AGASA, esta energía puede ser alcanzada por un solo protón cósmico. Tenemos suerte de que tales rayos cósmicos de ultra alta energía formen chubascos a unos 15 kilómetros de altitud: eso esparce su energía en muchas partículas secundarias.

¿Dudas acerca de una ley fundamental de la física?

¿Cómo es que se observan estos datos, a pesar del fuerte argumento teórico de Greisen, Zatsepin y Kuz'min?

Este escenario fascina a los físicos, ya que sería una clara indicación de un fenómeno que ocurre con una energía tremenda, incompatible con las teorías establecidas, lo que implicaría la necesidad de una *nueva física*. Han sugerido diversas ideas para explicar la posible falla en esta predicción; la más sobresaliente es la *violación de la Invariancia de Lorentz*.

La Invariancia de Lorentz es el concepto central de la teoría de relatividad de A. Einstein. Nos dice que dos observadores moviéndose con una velocidad constante relativa uno del otro –por ejemplo, viviendo en diferentes estaciones espaciales– deben percibir las mismas leyes de la física, y que por tanto no hay un marco de referencia que sea “preferencial”; ambos son equivalentes.

Las cantidades observadas desde diferentes perspectivas son transformadas unas en otras de acuerdo con unas fórmulas simples de la teoría de la relatividad (las “transformaciones de Lorentz”). En particular, según la relatividad, la velocidad de la luz debe ser invariante. Esto difiere de las “transformaciones de Galileo”, no relativistas, que eran usadas hasta principios del siglo XX. Las transformaciones de Lorentz están caracterizadas por un factor γ que convierte una longitud, un periodo de tiempo o una energía al valor que perciben observadores distintos. Este factor γ crece monótonamente con la velocidad relativa entre los observadores; es decir, una velocidad más rápida implica un factor γ más grande. Cuando la velocidad se aproxima a la de la luz, γ se hace infinito (véase Figura 4).

La validez de la Invariancia de Lorentz está muy bien comprobada y confirmada por nuestros potentes aceleradores de partículas hasta factores γ de alrededor de 10^5 , lo cual excluye marcos de referencia preferenciales a este nivel. En este caso, los observadores se mueven con una velocidad relativa de 99.999999995% de la velocidad de la luz. Un objeto masivo nunca podría alcanzar exactamente la velocidad de la luz, ya que esto requeriría una cantidad infinita de energía.

¿Qué implica esto para los rayos cósmicos de ultra alta energía? En el texto anterior hemos dado por supuesta tácitamente la Invariancia de Lorentz. Por ejemplo, el camino libre promedio de los protones super-GZK –antes de llevar a cabo la siguiente fotoproducción de piones– (aproximadamente 15 megaparsecs) se ha

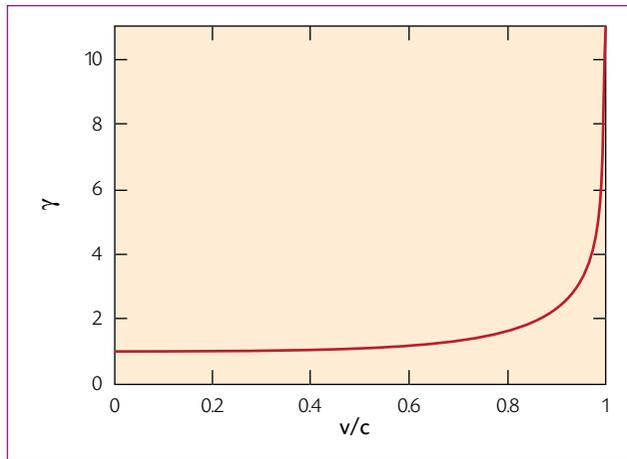


Figura 4. Gráfica del factor γ contra la velocidad relativa v en la transformación de Lorentz. Esta velocidad se muestra en unidades de la velocidad de la luz, $c \approx 300,000$ kilómetros por segundo.

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

es cercano a 1 si v es mucho menor que c , pero diverge conforme v se aproxima a c .

basado en resultados de mediciones hechas en laboratorios. En realidad, nuestros aceleradores no pueden proveer energías tan tremendas a un protón. Incluso el acelerador más potente de la historia, el Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en inglés), ubicado en Ginebra, está muy lejos de alcanzar estas magnitudes. Sin embargo, se pueden usar protones en reposo y exponerlos a un haz de fotones de alrededor de 200 megaelectronvolts; esto sería equivalente, si la Invariancia de Lorentz es válida. Lograr esto es relativamente fácil para los físicos experimentales; ya fue realizado en los años cincuenta: fue así que Greisen, Zatsepin y Kuz'min pudieron referir el resultado.

Además, la estimación de la pérdida de energía de un protón de ultra alta energía bajo la fotoproducción de piones ya mencionada (un 20%) se basa también en la Invariancia de Lorentz. Sin embargo, la transformación entre un protón en reposo y uno con energía de alrededor de E_{GZK} corresponde a un factor γ de aproximadamente 10^{11} , un millón de veces más grande que los factores que se han probado. Un protón con energía E_{GZK} se mueve a 99.999999999999999995% de la velocidad de la luz. Entonces, ¿podría ser la Invariancia de Lorentz una excelente aproximación hasta γ alrededor de 10^5 , pero requerir modificaciones para valores mucho más grandes de γ ?

La posible *ausencia* de un corte GZK para los rayos cósmicos podría sugerir este escenario. La cuestión deberá ser abordada experimentalmente, y representa una oportunidad fascinante para comprobar la validez de nuestras teorías bajo condiciones extremas, lo cual es irrealizable en nuestros laboratorios.

Situación experimental actual

A principios del siglo XXI la situación experimental cambió, cuando el Observatorio HiRes (*High Resolution*, o Alta Resolución), ubicado en Utah, comenzó a destacar en el mundo experimental (HiRes Collaboration, 2008). Sus resultados favorecieron la conclusión *opuesta* a la de AGASA; es decir, favorecieron el “escenario aburrido” en el que se confirma el corte GZK: ninguna nueva física es necesaria, y el servicio del tenista Djokovic no puede ser desafiado por los protones cósmicos. HiRes provee evidencia indirecta de la *validez* de la Invariancia de Lorentz, incluso para transformaciones a velocidades tan exorbitantes.

¿Cómo puede haber esta discrepancia entre el AGASA y otros observatorios? Una posible explicación es que se usaron diferentes técnicas de observación: AGASA, Yakutsk y Haverah Park detectaron partículas secundarias a nivel del suelo, provenientes de poderosos chubascos atmosféricos. Como regla aproximada, tales chubascos involucran en su máximo alrededor de una partícula por cada gigaelectronvolt de la partícula primaria (1 gigaelectronvolt = 10^9 electronvolts), de modo que un protón con 10^{20} electronvolts podría dar lugar a un chubasco de hasta 10^{11} partículas secundarias (en este aspecto, las bolas de billar no pueden competir). Al detectar algunas de estas partículas, y mediante el uso de complejos métodos numéricos, se puede reconstruir el punto donde el chubasco tuvo (probablemente) su máximo. Esto nos indica la naturaleza de la partícula (o del núcleo) primaria, ya que, mientras más pesado es el núcleo primario, más alto es el punto máximo del chubasco. Esta reconstrucción del chubasco también nos da un estimado de la energía de la partícula primaria, obviamente con cierta incertidumbre.

En cambio, HiRes monitorea una débil “luz fluorescente”, resultado de la excitación que provoca el chubasco en las moléculas de nitrógeno del aire, las cuales



Imágenes del Observatorio Pierre Auger en la Pampa Amarilla de la provincia de Mendoza, Argentina. Actualmente es el observatorio dominante en la búsqueda de rayos cósmicos ultra energéticos. La colaboración involucra casi 500 científicos en 19 países. México tiene una representación importante por la BUAP (Puebla), la UMSNH (Morelia), el CINVESTAV y la UNAM (Distrito Federal). *Arriba izquierda*: uno de los 24 detectores de fluorescencia, con cámaras registrando la luz débil azulada que los chubascos atmosféricos emiten en su formación. *Arriba derecha*: un tanque cilíndrico, oscuro al interior, con 12,000 litros de agua, capaz de detectar partículas secundarias. 1,600 tanques están distribuidos en un área de 3,000 km² para capturar múltiples partículas secundarias de un chubasco poderoso. *Abajo*: una ilustración artística.

emiten esta luz al regresar a su estado usual (véase Figura 1). La virtud de dicho método es que el chubasco es observado en una etapa temprana, por lo cual no es necesario reconstruirlo por medio de simulaciones computarizadas. Sin embargo, esta observación sólo es posible en noches despejadas y sin mucho brillo lunar, y por ende proporciona sólo una estadística modesta.

A fin de resolver esta controversia, el *Observatorio Pierre Auger* en Argentina actualmente combina *ambas* técnicas (Pierre Auger Collaboration, 2010). Tiene a nivel del suelo 1,600 tanques de agua que detectan partículas secundarias y capturan muchos rayos cósmicos de alta energía. Su instalación se completó en 2008. Su conjunto de datos ahora excede la estadística

ca que se tenía anteriormente a nivel mundial. Cuenta también con 24 telescopios de fluorescencia a la caza de “eventos dorados”, que son observados por ambas técnicas y que son muy útiles en la verificación del estimado de la energía de la partícula primaria. Así, el error sistemático es de alrededor de 22%; una incertidumbre no perjudicial en este contexto, donde se trata de magnitudes.

El Observatorio Pierre Auger ha acumulado muchos datos, y en particular ya ha identificado más de 100 partículas primarias con energía cercana o por arriba de E_{GZK} . Pero incluso con estos nuevos datos la estadística no es todavía suficiente para dar una respuesta definitiva a la cuestión de si realmente existe el corte GZK para la energía de los rayos cósmicos.

Perspectivas

Hay nuevos experimentos en preparación, como el JEM-EUSO (*Japanese Experiment Module–Extreme Universe Space Observatory*; tanto éste como el Observatorio Pierre Auger son proyectos internacionales con una relevante participación mexicana) y el OWL (*Orbiting Wide-angle Light-collectors*). La idea ahora es observar la formación de los chubascos atmosféricos desde arriba, es decir, desde satélites, lo que nos proporcionará información más precisa. Esto permitirá observar los chubascos desde sus inicios, descartando el inconveniente que implican las nubes en la detección tradicional.

Esperamos que se pueda dar respuesta a la pregunta todavía pendiente de la existencia del corte GZK, que ha cautivado a los científicos por casi medio siglo (Bietenholz, 2011). Entonces sabremos finalmente si nuestro marco de trabajo en física está bien asentado –con la Invariancia de Lorentz como pilar fundamental– o si necesita ser revisado, y si los protones de rayos cósmicos pueden o no competir con los servicios, o incluso los remates más fuertes en un juego profesional de tenis.

Agradecemos la comunicación beneficiosa con Daniella Ayala, Alberto Güijosa, Marco Panero, Lilian Prado, Mayeli Sánchez y Uwe-Jens Wiese.

Angélica Bahena Blas estudió la licenciatura en físico matemáticas en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en Morelia. Actualmente está trabajando en el Instituto Tecnológico Superior de Ciudad Hidalgo.

anbahena@gmail.com

Wolfgang Bietenholz es investigador del Instituto de Ciencias Nucleares de la Universidad Nacional Autónoma de México. Trabaja en la teoría de campos cuánticos, por medio de métodos numéricos, con aplicaciones a la física de partículas elementales y de materia condensada.

wolbi@nucleares.unam.mx

Lecturas recomendadas

- Bietenholz, W. (2011), “Cosmic rays and the search for a Lorentz invariance violation”, *Phys. Rept.*, 505: 145-185.
- Greisen, K. (1966), “End to the cosmic-ray spectrum?”, *Phys. Rev. Lett.* 16:748-750.
- HiRes Collaboration (2008), “Observation of the GZK cutoff by the Hi-Res experiment”, *Phys. Rev. Lett.*, 100: 101101.
- Pierre Auger Collaboration (2010), “Measurement of the depth of maximum of extensive air showers above 10^{18} eV”, *Phys. Rev. Lett.*, 104: 091101.
- Takeda, T. y colaboradores (1998), “Extension of the cosmic-ray energy spectrum beyond the predicted Greisen-Zatsepin-Kuz'min cutoff”, *Phys. Rev. Lett.*, 81: 1163-1166.
- Zatsepin, G. T. y V. A. Kuz'min (1966), “Upper limit of the spectrum of cosmic rays”, *Sov. Phys. JETP Lett.*, 4: 78-80.

